Do egzaminu 17.04.2012

(Nowe tematy głównie wg monografii autora S. Jukna)

Do uzupełnienia na ćwiczeniach:

Dowód nierówności Fishera (Jukna, s. 172/3) o liczności rodziny różnych podzbiorów n-zbioru, gdy przecięcia par podzbiorów są niepuste i równoliczne; z wykorzystaniem liniowej niezależności wektorów charakterystycznych tych podzbiorów, ze sprytnym zakończeniem tego dowodu!

Zasada uśredniania: nierówność Jensena dla funkcji wypukłej; nierówność między średnimi: arytmetyczną i geometryczną.

Zasada gołębnika (Dirichleta). Tw. o klikach: Mantel (1906), Tur\'an (1941). Erd\Hos-Szekeres (1935) o podciągach monotonicznych.

Tw. (Cayley) o izomorfizmie grup. Tw. (Cauchy (1845), Frobenius (1887), tzw. Lemat Burnside'a (1897, 1911)) o zliczaniu orbit grupy ..

Tw. Legendre'a o podzielności silni; Kummer o podzielności współczynnika Newtona.

Lemat (Erd\Hos-Rado, 1960) o istnieniu słonecznika z k płatkami w dostatecznie licznej rodzinie s-zbiorów.

Erd\Hos-Ko-Rado (1961, ale z r.1938) o przecinającej się rodzinie k-podzbiorów zbioru n-elementowego; Helly o przecinaniu się rodziny podzbiorów wypukłych przestrzeni R^k z warunkiem na k+1 podzbiorów. Tw analogiczne (ale niezależne!!) o przecinaniu się rodziny zawierającej zbiór liczności k , gdy ta liczność jest najmniejsza w tej rodzinie.

Tw. (Dilworth, 1950) o podziale zbioru uporządkowanego na r łańcuchów, jeśli r jest mocą najliczniejszego anty-łańcucha. Tw (Sperner, 1928) o mocy najliczniejszego anty-łańcucha wśród podzbiorów n-zbioru.

STARE: Program do ćwiczeń z Komb. Ekstremalnej 19.03.2012

Na wykładach 29.02, 7.03 i 14.03 było: Wg W. Lipski i W. Marek:

Rozdz.1, § 3. Funkcje, permutacje, rozmieszczenia

§ 4. Rozkład permutacji, liczby Stirlinga s(n,k), opadający i wschodzący(§ 6) faktoriały: [n]_k, [n]^k oraz [x]_k jako wielomian stopnia k

§ 5. Kombinacje, współczynnik dwumienny [(5.5) nazwane tożsamością Cauchy'ego-Vandermonde'a; zaś (5.12) – tożsamością Pascala]

§ 6. Zbiory z powtórzeniami (multisets – mnogości?) [§ 6, ale bez krat!]

§ 7. Zasada włączania-wyłączania (formuła sita) [Inclusion-Exclusion Principle, Sieve Method]
Zrobione wg Liu: Rozważamy k własności $a_1, \ldots, a_k$ w zbiorze X o N elementach; a'_i jest zaprzeczeniem a_i, $s_1 := \Sigma_i N(a_i)$, $s_2 = \Sigma\ldots$; s_j jest więc sumą liczb wystąpień wszystkich N elementów w przecięciach dokładnie j własności (każdy element liczony tyle razy w ilu takich przecięciach występuje). Niech e_j oznacza liczbę elementów z X mających dokładnie j własności, tzn. $e_0 = N(a'_1 a'_2 \ldots a'_k)$, $e_1 = N(a_1, a'_2 \ldots a'_k) + N(a'_1 a_2 a'_3 \ldots a'_k) + \ldots$, $e_2 = \ldots$. itd.
Tw.1' (jako uproszczenie zapisu Tw.1). $e_0 = s_0 - s_1 + s_2 + \ldots + (-1)^k s_k$.

Tw. 2. $e_m = \sum_{j=0}^{k-m} (-1)^j \binom{m+j}{j} s_{m+j}$.

Wkrótce na wykładzie: Funkcja ϕ Eulera (wg „sita”), Wzór wielomienny (5.15), § 8. Podziały zbioru, Liczby Stirlinga S(n,k), liczby Bella B_n

Na ćwiczenia: **Proszę** ekstra udowodnić (5.7), czyli u Jukny Exercise: 1.10, s. 20. Nadto:
Liczba suriekcji Tw.7.3 (wg sita), Tw. 7.4 (liczba nieporządków)